

# Primzahlsuche

- Vom griechischen Philosoph und Mathematiker Eratosthenes von Kyrene (3. Jahrhundert v. Chr.) ist ein Verfahren überliefert, Primzahlen bis zu einer beliebigen Grenze schnell zu finden.
- Das Verfahren ist bekannt als „Sieb des Eratosthenes“ oder „Zahlensieb“.

# Primzahlsuche

- **Idee:** Wir stellen zuerst eine Liste aller ganzen Zahlen von 2 bis zur gewünschten Obergrenze auf.
- Man streicht alle Vielfachen von 2, lässt die 2 selbst aber stehen – sie ist die erste Primzahl.
- Die Vielfachen von 2 können keine Primzahlen sein – sie sind ja durch 2 teilbar.

# Primzahlensuche

|    |    |    |    |    |    |    |    |    |     |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|-----|
|    | 2  | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  | 9  | 10  |
| 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20  |
| 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30  |
| 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40  |
| 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50  |
| 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60  |
| 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | 70  |
| 71 | 72 | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80  |
| 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90  |
| 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 |

|    |   |    |  |    |  |    |  |    |  |
|----|---|----|--|----|--|----|--|----|--|
|    | 2 | 3  |  | 5  |  | 7  |  | 9  |  |
| 11 |   | 13 |  | 15 |  | 17 |  | 19 |  |
| 21 |   | 23 |  | 25 |  | 27 |  | 29 |  |
| 31 |   | 33 |  | 35 |  | 37 |  | 39 |  |
| 41 |   | 43 |  | 45 |  | 47 |  | 49 |  |
| 51 |   | 53 |  | 55 |  | 57 |  | 59 |  |
| 61 |   | 63 |  | 65 |  | 67 |  | 69 |  |
| 71 |   | 73 |  | 75 |  | 77 |  | 79 |  |
| 81 |   | 83 |  | 85 |  | 87 |  | 89 |  |
| 91 |   | 93 |  | 95 |  | 97 |  | 99 |  |

# Primzahlsuche

- Die nächste noch nicht durchgestrichene Zahl (die 3) ist die nächste Primzahl.
- Wir streichen auch alle Vielfachen der 3.
- Das Verfahren wiederholen wir, bis wir am Ende des Felds angekommen sind.
- Alle jetzt noch übrigen Zahlen sind Primzahlen.

# Primzahlssuche

|    |   |    |  |    |  |    |  |    |  |
|----|---|----|--|----|--|----|--|----|--|
|    | 2 | 3  |  | 5  |  | 7  |  |    |  |
| 11 |   | 13 |  |    |  | 17 |  | 19 |  |
|    |   | 23 |  | 25 |  |    |  | 29 |  |
| 31 |   |    |  | 35 |  | 37 |  |    |  |
| 41 |   | 43 |  |    |  | 47 |  | 49 |  |
|    |   | 53 |  | 55 |  |    |  | 59 |  |
| 61 |   |    |  | 65 |  | 67 |  |    |  |
| 71 |   | 73 |  |    |  | 77 |  | 79 |  |
|    |   | 83 |  | 85 |  |    |  | 89 |  |
| 91 |   |    |  | 95 |  | 97 |  |    |  |

# Primzahlssuche

|    |   |    |  |   |  |    |  |    |  |
|----|---|----|--|---|--|----|--|----|--|
|    | 2 | 3  |  | 5 |  | 7  |  |    |  |
| 11 |   | 13 |  |   |  | 17 |  | 19 |  |
|    |   | 23 |  |   |  |    |  | 29 |  |
| 31 |   |    |  |   |  | 37 |  |    |  |
| 41 |   | 43 |  |   |  | 47 |  | 49 |  |
|    |   | 53 |  |   |  |    |  | 59 |  |
| 61 |   |    |  |   |  | 67 |  |    |  |
| 71 |   | 73 |  |   |  | 77 |  | 79 |  |
|    |   | 83 |  |   |  |    |  | 89 |  |
| 91 |   |    |  |   |  | 97 |  |    |  |

# Primzahlsuche

|    | 2 | 3  |  | 5 |  | 7  |  |    |  |
|----|---|----|--|---|--|----|--|----|--|
| 11 |   | 13 |  |   |  | 17 |  | 19 |  |
|    |   | 23 |  |   |  |    |  | 29 |  |
| 31 |   |    |  |   |  | 37 |  |    |  |
| 41 |   | 43 |  |   |  | 47 |  |    |  |
|    |   | 53 |  |   |  |    |  | 59 |  |
| 61 |   |    |  |   |  | 67 |  |    |  |
| 71 |   | 73 |  |   |  |    |  | 79 |  |
|    |   | 83 |  |   |  |    |  | 89 |  |
|    |   |    |  |   |  | 97 |  |    |  |

# Primzahlsuche

|    |   |    |  |   |  |    |  |    |  |
|----|---|----|--|---|--|----|--|----|--|
|    | 2 | 3  |  | 5 |  | 7  |  |    |  |
| 11 |   | 13 |  |   |  | 17 |  | 19 |  |
|    |   | 23 |  |   |  |    |  | 29 |  |
| 31 |   |    |  |   |  | 37 |  |    |  |
| 41 |   | 43 |  |   |  | 47 |  |    |  |
|    |   | 53 |  |   |  |    |  | 59 |  |
| 61 |   |    |  |   |  | 67 |  |    |  |
| 71 |   | 73 |  |   |  |    |  | 79 |  |
|    |   | 83 |  |   |  |    |  | 89 |  |
|    |   |    |  |   |  | 97 |  |    |  |



# Primzahlsuche

- Wie modelliert man das Sieb?
  - Ein Array aus **boolean**-Werten ist ausreichend.
  - Wir legen fest, dass **true** für „Primzahl“ steht und **false** für „keine Primzahl“. Umgekehrt ginge es aber genauso gut.
  - Wenn also z.B. **sieb[9]** den Wert **true** hat, bedeutet das, dass wir die 9 für eine Primzahl halten.

# Primzahlsuche

- Wie modelliert man das Sieb?

# Primzahlsuche

- Beim Erstellen des **Zahlsieb**-Objekts geben wir an, bis zu welcher Obergrenze wir Primzahlen suchen wollen.
- Wenn die Obergrenze 100 sein soll, wie groß sollte unser Array dann sinnvollerweise sein?
  - Prinzipiell würden 99 Elemente reichen, von 2 bis 100.
  - Wenn man das Verfahren effizient implementieren will, könnte man sogar nur die ungeraden Zahlen speichern, d.h. **sieb[0]** entspricht der 3, **sieb[1]** der 5 usw.
  - Vom didaktischen Standpunkt her ist es aber

# Primzahlsuche

- Erste Version:

- ```
public class Zahlensieb
{
    boolean[] sieb;

    public Zahlensieb(int grenze)
    {
        sieb = new boolean[grenze+1];

        sieb[0] = false;
        sieb[1] = false;
        for (int i = 2; i <= grenze; i++)
        {
```