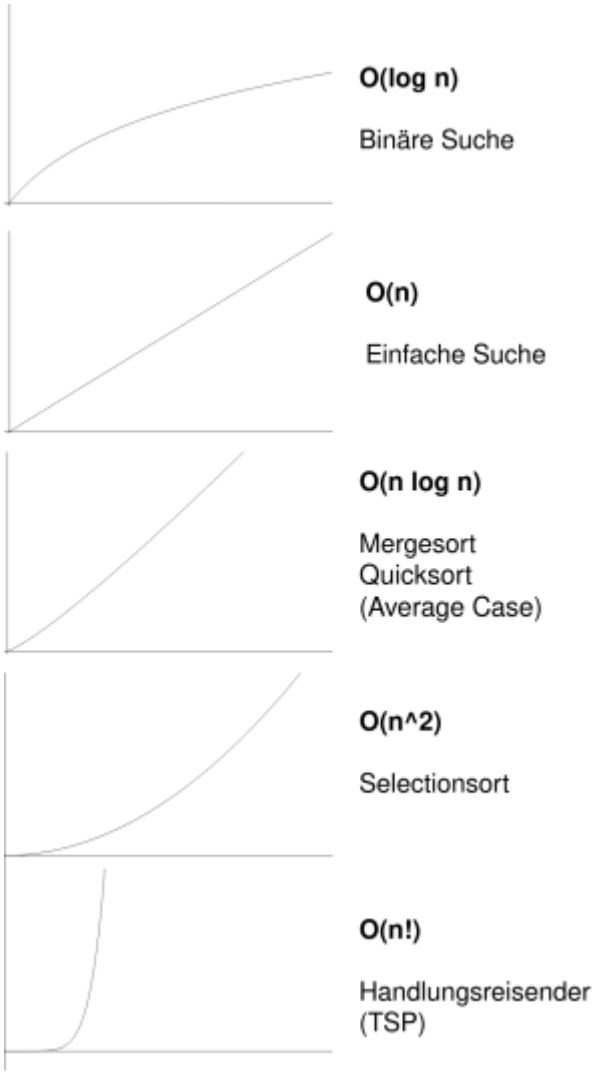
Aufwandsabschätzung im Detail



Im Abschnitt zur binären Suche haben wir uns bereits einige Gedanken zur Aufwandsabschätzung gemacht.

Um ein Gefühl dafür zu bekommen, was die gängigsten Laufzeitcharakteristiken bedeuten, können die folgenden Beispiele dienen:

	10 Elemente	**100 Elemente**	**1000 Elemente**
O(log n)	0,15 Sekunden	0,3 Sekunden	0,5 Sekunden
O(n)	0,5 Sekunden	5 Sekunden	50 Sekunden
O(n log n)	1,6 Sekunden	33 Sekunden	490 Sekunden
$O(n^2)$	5 Sekunden	8 Minuten	14 Stunden
O(n!)	2,1 Tage	$1{,}4*10^{149}$ Jahre	$0{,}6*10^{2559}$ Jahre

Hypothetisch wurden für diese sehr grobe Berechnung eine Bearbeitungsgeschwindigkeit von ca. 20 Operationen je Sekunde zugrunde gelegt, was natürlich sehr viel langsamer ist, als ein Computer real arbeitet.

Es ist aber wichtig zu verstehen, dass bei Problemen der Kategorie $O(n^2)$ oder gar O(n!) keine Rolle spielt: Wenn die Anzahl der Elemente wächst, **wächst der Aufwand schneller als jede**

Rechenleistung das zu kompensieren vermag[1)].

Quicksort

Eine Besonderheit des Quicksort-Algorithmus ist, dass er Aufwand von der Wahl des Pivotelement abhängt.

Das hast du vielleicht bei deinen Übungen bereits bemerkt: Wenn man das Element stets sehr ungünstig wählt, gewinnt man bei Aufteilen des Problem kaum etwas, die nach der Partitionierung größte zu sortierende Menge ist im schlechtesten Fall in jedem Rekursionsschritt nur ein Element kleiner als zuvor, wobei die kleinste Menge immer leer ist.

Quicksort hat im **Worst Case** eine Laufzeit von $O(n^2)$, im **Average Case** eine Laufzeit von O(n log n)

Aber was bedeutet **Worst Case** und **Avergae Case** genau?

Die Landau Notation im Detail

Die Landau Notation unterschlägt Konstanten - wenn man schreibt O(n) meint man eigentlich O(c*n). Das kann man sich am Beispiel eine Methode klar machen, die die Elemente eines Arrays ausgibt:

```
printArray(array):
  für jedes Element element von array:
    print element
```

Diese Methode hat die Laufzeit O(n) - sie muss jedes Element einmal anfassen uns ausgeben, bei doppelt so vielen Elementen dauert das doppelt so lange.

Jetzt betrachten wir die folgende Methode (Pseudocode):

```
printArrayMitPause(array):
  für jedes Element element von array:
    print element
    warte(10s)
```

Die Methode `printArrayMitPause` benötigt sehr viel länger, um das Array auszugeben, da sie zwischen der Ausgabe zweier Arrayelement immer eine Pause von 10 Sekunden macht. Sie hat also gewissermaßen die Laufzeit `10Sekunden * n`. **Dennoch hat auch sie in der Landau-Notation die Laufzeit O(n), da man die Konstante (hier: 10 Sekunden) vernachlässigt!**

Darf man das?

Dazu vergleichen wir nochmal gedanklich die einfach Suche und die binäre Suche und ergänzen die

Laufzeiten mit realen Zeitfaktoren:

Einfache Suche	**Binäre Suche**
`10 Millisekunden * n`	`1 Sekunde * log n`

Die einfache Suche läuft also beispielsweise auf einem sehr viel schnelleren Rechner, so dass pro Element lediglich 10 Millisekunden hinzukommen - die binäre Suche läuft auf einem langsameren Rechner, die Zeit wächst hier zwar logarithmisch aber mit einem Faktor von 1 Sekunde.

Dieser Vorteil wird jedoch von einer großen Anzahl von Elementen zunichte gemacht.

(A1)

Wie lange dauert es, eine Liste mit 4 Milliarden Elementen mit den beiden Algorithmen zu durchsuchen?

Lösung

Einfache Suche	10ms * 4 Milliarden	462 Tage
Binäre Suche	1Sekunde * log(4Milliarden)	35 Sekunden

Beachte: der Logarithmus in O(log n) wird zur Basis 2 berechnet.

[1)]

Bei den Beispielen haben wir ja gerade mal 1000 Elemente betrachtet, das sind ja eigentlich lächerlich wenige...