

# Deterministische endliche Automaten

DEA ist die deutsche Abkürzung für *Deterministischer Endlicher Automat*. Im Englische lautet die Abkürzung DFA für *Deterministic Final Automaton*. Auch in deutschsprachiger Fachliteratur wird oft das Akronym DFA genutzt.

## Definition

Ein DEA ist ein 5-Tupel  $DEA = \{ Q, \Sigma, \delta, E, s \}$  er besteht also aus den folgenden 5 Teilen:

- $Q$  Menge aller Zustände (oft auch  $Z$  oder  $S$  (engl. state))
- $\Sigma$  Alphabet / Menge der Alphabetzeichen (Sigma)
- $\delta$  Übergangsfunktion (Delta)
- $E$  Menge der akzeptierenden Endzustände,
- $s$  Startzustand.

Den **Übergang** von einem Zustand zum nächsten bezeichnet man auch als **Transition** oder **Zustandsübergang**.

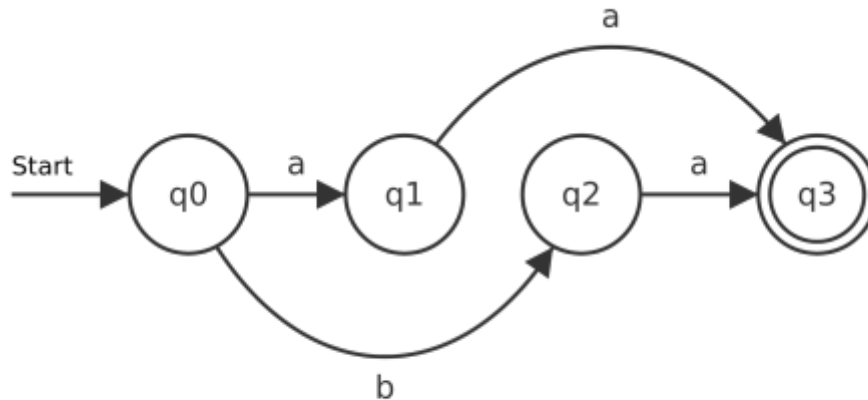
Ein **deterministischer** Automat (deterministisch = "keine Freiheit", daher reproduzierbare Verarbeitung) hat bestimmte Eigenschaften:



- Von einem Zustand  $q_1$  kann es keine 2 möglichen Übergänge geben, die beide dasselbe Alphabetzeichen verarbeiten. → Pro Alphabetzeichen gibt es nur einen möglichen Weg!
- Ebenso darf es nur einen einzigen Startzustand geben.

## Darstellung

Ein DEA wird häufig durch seinen **Übergangsgraphen** dargestellt. Gelegentlich wird auch der Begriff **Zustandsübergangsdiagramm** verwendet.



Im Übergangsgraphen sind viele Informationen enthalten:

- $Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$
- $\Sigma = \{a, b\}$
- $\delta$  wird dargestellt durch die Pfeile, die von einem Zustand zum nächsten führen.
- $E = \{q_3\}$
- $s = q_0$

## Die Übergangsmatrix

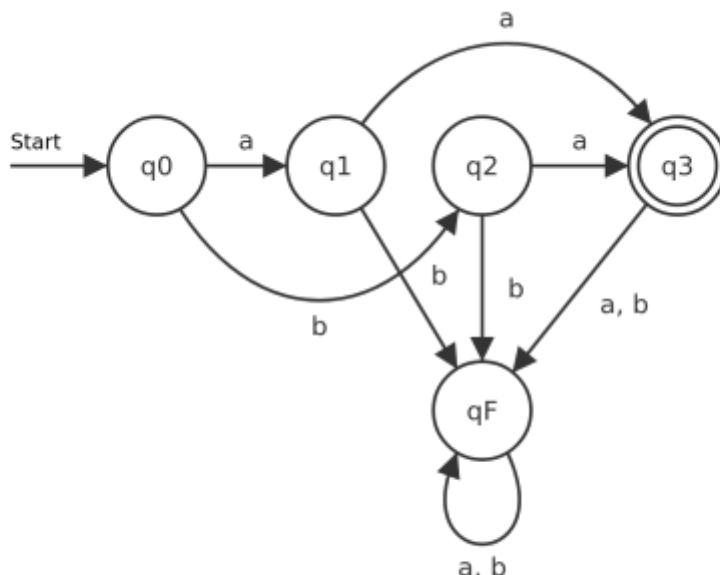
Die Übergangsfunktion  $\delta$  kann auch als **Übergangsmatrix** oder **Übergangstabelle** dargestellt werden. Dabei werden in der ersten Spalte alle Zustände eingetragen und in der ersten Zeile alle Zeichen des Eingabealphabets  $\Sigma$  eingetragen.

In den Tabellenzellen wird vermerkt, zu welchem Zustand der Automat wechselt, wenn er zuvor im Zustand der ersten Spalte war und dann die Eingabe der ersten Zeile erfolgt. Die Übergangstabelle für das obige Beispiel sieht also so aus:

| $\delta$ | a  | b  |
|----------|----|----|
| q0       | q1 | q2 |
| q1       | q3 |    |
| q2       | q3 |    |
| q3       |    |    |

Das bedeutet im Beispiel: Wenn der Automat sich im Zustand **q1** befindet, und es erfolgt die Eingabe **a**, wechselt er zum Zustand **q3**.

Nun fällt auf, dass die Tabelle unvollständig ist: Wenn der Automat sich im Zustand **q1** befindet, und die Eingabe **b** erfolgt, ist kein Ziel angegeben, denn der Automat akzeptiert an dieser Stelle die Eingabe **b** überhaupt nicht. Das liegt daran, dass im Übergangsdiagramm der Fehlerzustand der Übersichtlichkeit halber weggelassen wurde. Das vollständige Diagramm sieht so aus:



Die vollständige Übergangsmatrix sieht also so aus:

| $\delta$ | a  | b  |
|----------|----|----|
| q0       | q1 | q2 |
| q1       | q3 | qF |
| q2       | q3 | qF |
| q3       | qF | qF |
| qF       | qF | qF |



Während man in Zustandsübergangsdigrammen den Fehlerzustand meist weglässt, um die Übersichtlichkeit zu verbessern, wird der Fehlerzustand bei der Darstellung von  $\delta$  als Übergangsmatrix für gewöhnlich angegeben.



**(A1)**

Gegeben ist der folgende DEA:  $M = (\{z0,z1,z2,z3\}, \{apfel,birne\}, \delta, \{z0\}, z3)$ .  $\delta$  ist in Form einer Übergangstabelle gegeben:

| $\delta$ | a  | b  |
|----------|----|----|
| z0       | z1 | z3 |
| z1       | z2 | z0 |
| z2       | z3 | z1 |
| z3       | z0 | z2 |

- Welches sind die Zustände des DEA, was der Start, was gültige Endzustände?
- Welche Eingaben akzeptiert der Automat?
- Erstelle ein Zustandsübergangsdiagramm für den DEA



### (A2)

Entwickle einen DEA, der als Eingabemenge  $\Sigma=\{0,1\}$  hat, und alle Eingaben akzeptiert, die auf 10 enden.

- Gib einen Übergangsgraphen an
- Gib eine Darstellung als Übergangsmatrix an

#### Beispieleingaben:

```
1000111110110 wird akzeptiert
1011101000111 wird nicht akzeptiert
```

#### Hilfestellung

Betrachte zunächst besondere Wörter wie etwa  $\emptyset$  oder (leeres Wort) und entscheide, ob diese akzeptiert werden oder nicht.



### (A3)

Es soll ein Automat entworfen werden, der alle Worte der Form  $a^n$  (also a, aa, aaa, aaaa, u.s.w.) besteht, wobei n durch 3 oder durch 4 (oder durch beide) teilbar ist.

- Gib einen Übergangsgraphen an
- Gib eine Darstellung als Übergangsmatrix an

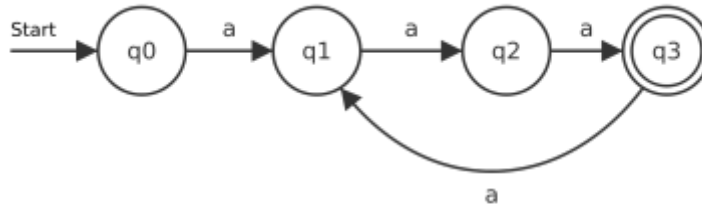
#### Beispieleingaben:

```
aaa wird akzeptiert
aaaa wird akzeptiert
```

aaaaa wird nicht akzeptiert  
aaaaaa wird akzeptiert

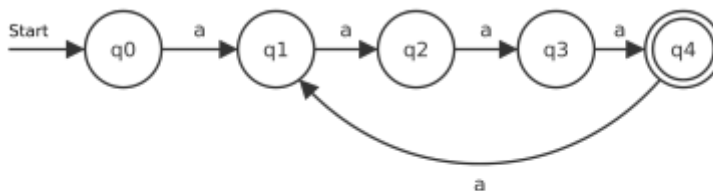
### Hilfestellung 1

Welche Eingaben akzeptiert der folgende Automat?



Wie würde ein Automat aussehen, der allen Eingaben akzeptiert, bei denen die Anzahl der a's durch 4 teilbar ist?

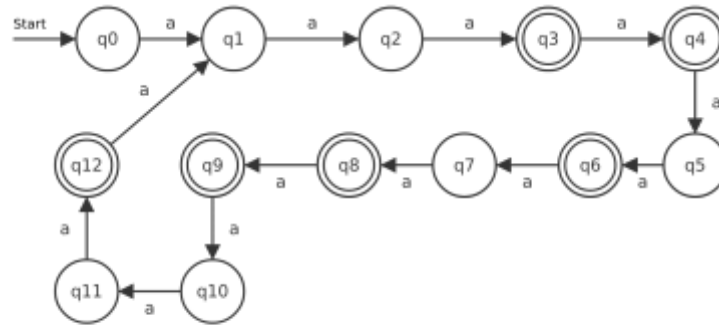
### Hilfestellung 2 - Antwort auf die Frage aus Hilfestellung 1



### Hilfestellung 3

Welches ist die erste Anzahl von a's, bei denen beide Kriterien zutreffen? Welche Zustände zuvor sind gültige Endzustände? Was passiert bei längeren Eingabeworten?

### Lösung



## Material

|                                   |           |            |       |
|-----------------------------------|-----------|------------|-------|
| <a href="#">as0.png</a>           | 100.2 KiB | 24.05.2022 | 13:21 |
| <a href="#">as01.png</a>          | 104.2 KiB | 24.05.2022 | 13:22 |
| <a href="#">as2.png</a>           | 180.1 KiB | 24.05.2022 | 13:25 |
| <a href="#">beispiel.png</a>      | 122.8 KiB | 20.05.2022 | 13:49 |
| <a href="#">beispiel1.png</a>     | 127.7 KiB | 20.05.2022 | 14:11 |
| <a href="#">folien_fs_dea.odp</a> | 177.0 KiB | 23.05.2022 | 17:01 |
| <a href="#">folien_fs_dea.pdf</a> | 250.8 KiB | 23.05.2022 | 17:01 |

DEA, Übergangsmatrix, Übergangsgraph

From:  
<https://info-bw.de/> -

Permanent link:  
<https://info-bw.de/faecher:informatik:oberstufe:automaten:dea:start?rev=1736863371>

Last update: **14.01.2025 14:02**

