Kartenfärben

Landkarten werden normalerweise koloriert, um einzelne Gebiete gut unterscheiden zu können. Dabei dürfen benachbarte Gebiete nicht in derselben Farbe gefärbt werden. Es sollen dabei möglichst wenige Farben verwendet werden.

(A1)

Färbe die Karte der Bundesländer nach der beschriebenen Regel.

1)

Modellierung

Die Ausgangssituation soll nun als Graph modelliert werden. Dabei stehen die Knoten für die Gebiete der Landkarte, zwei Knoten haben eine gemeinsame Kante, wenn Sie auf der Karte eine gemeinsame Grenzlinie haben.

Graphenfärbe-Problem: Geben ist ein Graph. Färbe die Knoten des Graphen so, dass keine durch eine Kante verbundene Knoten die gleiche Farbe haben.

Varianten:

- Verwende dabei möglichst wenige Farben.
- Ist es möglich, den Graphen mit k Farben zu färben?

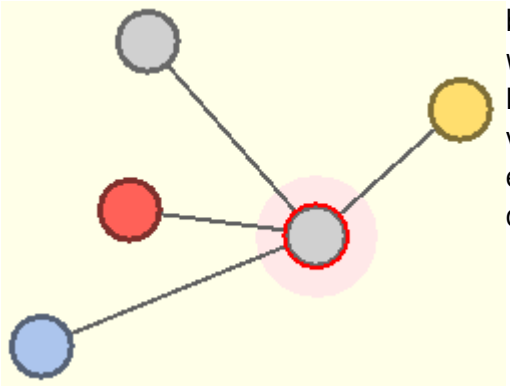
Algorithmus

Beschreibung

Der hier beschriebene Algorithmus findet nicht die perfekte Lösung, d.h. die minimale Anzahl an Farben, aber eine gute Näherungslösung. Er arbeitet dabei nach dem Greedy-Verfahren, er wählt für ein Land die momentan am besten erscheinende Lösung.

Zunächst wird eine Reihenfolge festgelegt, in der die Farben verwendet werden sollen.

z.B. Rot - Blau - Grün - Gelb - Lila - Orange - Braun (es müssen ausreichend viele Farben sein) Dann betrachtet man der Reihe nach alle Knoten. Für jeden Knoten wird dann Folgendes gemacht: Man schaut jeden der Nachbarknoten an und merkt sich, dass seine Farbe schon verwendet wurde. Dann wählt man aus der Liste der Farben die erste noch nicht benutzte Farbe aus und färbt den Knoten in dieser Farbe.



z.B. Der rot umrandete Knoten ist aktuell an der Reihe. Alle Nachbarknoten werden betrachtet und ihre Farben ermittelt.

Farbe	Rot	Blau	Grün	Gelb	Lila	Orange	Braun
Benutzt	ja	ja	nein	ja	nein	nein	nein

Die erste noch nicht benutzte Farbe ist grün. Daher wird der Knoten grün gefärbt.

Pseudocode

Der hier beschriebene Algorithmus findet nicht die perfekte Lösung, d.h. die minimale Anzahl an Farben, aber eine gute Näherungslösung. Er arbeitet dabei nach dem Greedy-Verfahren, er wählt für

ein Land die momentan am besten erscheinende Lösung.

```
Kartenfärbung:
Wiederhole für jeden Knoten k des Graphen
  Wiederhole für jede Farbe der Farbliste
     Setze die Farbe auf "unbenutzt"
  Ende-Wiederhole
  Wiederhole für jeden Nachbarknoten n von k
     Betrachte die Farbe des Knoten n
     Setze diese Farbe auf "benutzt"
  Ende-Wiederhole
  Wiederhole für jede Farbe der Farbliste
     Falls die Farbe "unbenutzt" ist
       Färbe den Knoten k mit dieser Farbe
       Brich die Schleife ab
     Ende-Falls
  Ende-Wiederhole

Ende-Wiederhole
```

Beispielimplementation im Graphentester

Beispielimplementation

```
List<Knoten> knoten = g.getAlleKnoten();
for (Knoten aktuellerKnoten: knoten) {
  boolean[] farbenliste = new boolean[g.getAnzahlKnoten()+1];
  for (int i=0; i < farbenliste.length; i++){
    farbenliste[i]=false;
  }

  List<Knoten> nachbarn = g.getNachbarknoten(aktuellerKnoten);
  for (Knoten k : nachbarn){
    farbenliste[k.getFarbe()]=true;
  }

  for (int i=1; i<farbenliste.length; i++){
    if (!farbenliste[i]) {
      aktuellerKnoten.setFarbe(i);
      break;
    }
  }
}
```

Implementation in Java

1)

Bundesländer in Deutschland, Stefan-Xp via Wikimedia Commons (Lizenz: CC BY-SA 3.0): https://de.wikipedia.org/wiki/Datei:Germany_blank_map.svg

From:
https://info-bw.de/ -

Permanent link:
https://info-bw.de/faecher:informatik:oberstufe:graphen:zpg:kartenfaerben:start?rev=1670325849

Last update: **06.12.2022 11:24**