

Grundlagen der Aussagenlogik

Eine **Aussage** bezeichnet ein sprachliches Gebilde, dem in sinnvoller Weise genau eine der beiden Eigenschaften **wahr** oder **falsch** zugeordnet werden kann. Man kürzt ab: wahr=1, falsch=0.

In der **Aussagenlogik** oder **Schaltalgebra** verwenden wir

- **Variablen**, die meist mit x_0, x_1, x_2, \dots bezeichnet werden. Bei diesen Variablen handelt es sich um boolesche Werte, sie können also nur zwei Zuständen (0 - Falsch, 1 - Wahr) annehmen.
- **Logische Funktionen** ordnen einer oder mehreren booleschen Variablen einen Funktionswert zu, sie werden oft mit f bezeichnet. Der Funktionswert kann ebenfalls nur 1 (wahr) oder 0 (falsch) sein. Logische Funktionen lassen sich sehr gut als **Wahrheits-** oder **Wertetabellen** darstellen, da durch die beschränkte, diskrete Anzahl der Variablenkombinationen häufig eine Auflistung aller Funktionswerte möglich ist.
- "Gerechnet" wird mit den logischen Verknüpfungen
 - AND: \wedge
 - OR: \vee
 - NOT: \neg
- Beim Rechnen gelten - ähnlich wie die Punkt vor Strich Regeln: "**Klammer vor NOT vor AND vor OR**"

"Rechenregeln" der Schaltalgebra

Kommutativgesetz (Vertauschung erlaubt)

- $x_0 \wedge x_1 = x_1 \wedge x_0$
- $x_0 \vee x_1 = x_1 \vee x_0$

Distributivgesetz (Gießkannenregel)

- $x_0 \wedge (x_1 \vee x_2) = (x_0 \wedge x_1) \vee (x_0 \wedge x_2)$
- $x_0 \vee (x_1 \wedge x_2) = (x_0 \vee x_1) \wedge (x_0 \vee x_2)$

Neutralement

- $x_0 \vee 0 = x_0$
- $x_0 \wedge 1 = x_0$

Komplement

- $x_0 \wedge \neg x_0 = 0$

- $x_0 \vee \neg x_0 = 1$

Assoziativgesetze (Klammern dürfen bei gleichen Operatoren weggelassen/umgesetzt werden)

- $(x_0 \wedge x_1) \wedge x_2 = x_0 \wedge x_1 \wedge x_2 = x_0 \wedge (x_1 \wedge x_2)$
- $(x_0 \vee x_1) \vee x_2 = x_0 \vee x_1 \vee x_2 = x_0 \vee (x_1 \vee x_2)$

Idempotenzgesetze

- $x_0 \wedge x_0 = x_0$
- $x_0 \vee x_0 = x_0$

Absorptionsgesetze

- $x_0 \vee (x_0 \wedge x_1) = x_0$
- $x_0 \wedge (x_0 \vee x_1) = x_0$

De Morgan'sche Regel ("ausmultiplizieren des NICHT")

- $\neg(x_0 \vee x_1) = \neg x_0 \wedge \neg x_1$
- $\neg(x_0 \wedge x_1) = \neg x_0 \vee \neg x_1$

Beispiel

Gegeben ist die logische Funktion f durch

$$f = (\neg x_0 \wedge \neg x_1 \wedge x_2) \vee (\neg x_0 \wedge x_1 \wedge \neg x_2) \vee (\neg x_0 \wedge x_1 \wedge x_2) \vee (x_0 \wedge \neg x_1 \wedge x_2)$$



(A1)

- Wieviele Zeilen hat die Wahrheitstabelle dieser Funktion?
- Schreibe die Wahrheitstabelle der Funktion auf.

Lösung

x_0	x_1	x_2	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1

```
$0$&$1$&$1$&$1$  
$1$&$0$&$0$&$0$  
$1$&$0$&$1$&$1$  
$1$&$1$&$0$&$0$  
$1$&$1$&$1$&$0$  
\end{tabular} $$
```

Nun stellt sich die **Frage**, ob man den doch sehr langen Funktionsterm vielleicht unter Verwendung der Rechengesetze so **vereinfachen** kann, dass man einen kürzeren Term als Ergebnis erhält, der dieselbe Wahrheitstabelle hat, also dieselbe logische Funktion beschreibt.

From:
<https://info-bw.de/> -

Permanent link:
https://info-bw.de/faecher:informatik:oberstufe:techinf:formale_logik:grundlagen:start?rev=1666035055

Last update: **17.10.2022 19:30**

