

Normalformen

Disjunktive Normalform

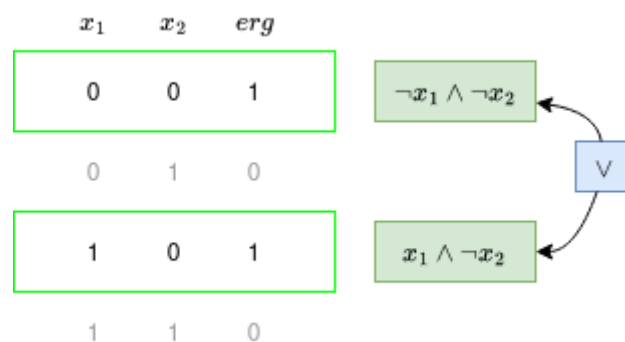
Die **disjunktive Normalform** bietet ein Verfahren, mit dem man systematisch einen Logik-Term zu einer Wahrheitstabelle finden kann, bei dem der entstehende Term eine Disjunktion von Konjunktionstermen ist – also eine Oder-Verknüpfung von Und-Verknüpfungen.

Vorgehen:

Zu jeder Zeile der Wahrheitstafel, bei der das Ergebnis 1 ist, bildet man einen **Minterm**. Dies ist ein Term, in dem alle Eingangsvariablen mit der **Und-Verknüpfung** verbunden werden. Hat eine Variable den Wert 0, steht sie negiert im Minterm.

Die **disjunktive** Normalform erhält man, indem man alle Minterme durch **Oder-**Verknüpfungen verbindet.

Beispiel:



- Für jede Zeile, die "wahr" ist, bildet man den Minterm mit "und". Alle "falsch" Werte werden dabei einfach negiert.
- Alle so gefundenen Zeilen verknüpft man mit "oder"

Die disjunktive Normalform für die Wahrheitstafel im Beispiel ist also $(\neg x_1 \wedge \neg x_2) \vee (x_1 \wedge \neg x_2)$.

Konjunktive Normalform

Die **konjunktive Normalform** bietet ein Verfahren, mit dem man systematisch einen Logik-Term zu einer Wahrheitstabelle finden kann, bei dem der entstehende Term eine Konjunktion von Disjunktionstermen ist – also eine Und-Verknüpfung von Oder-Verknüpfungen.

Vorgehen:

Zu jeder Zeile der Wahrheitstafel, bei der das Ergebnis 0 ist, bildet man einen **Maxterm**. Dies ist ein Term, in dem alle n Eingangsvariablen mit der **Oder-Verknüpfung** verbunden werden, alle "wahr"-Werte werden dabei negiert.

Die **konjunktive** Normalform erhält man, indem man alle Maxterme durch **Und**-Verknüpfungen verbindet.

Beispiel:

x_1	x_2	erg
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	0

$x_1 \vee \neg x_2$

$\neg x_1 \vee \neg x_2$

$\wedge$

- Für jede Zeile, die "falsch" ist, bildet man den Maxterm mit "oder". Alle "wahr" Werte werden dabei einfach negiert.
- Alle so gefundenen Zeilen verknüpft man mit "und"

Eine konjunktive Normalform für die Wahrheitstafel im Beispiel ist also $(x_1 \vee \neg x_2) \wedge (\neg x_1 \vee \neg x_2)$.



(A1)

Stelle zum Term $(\neg(x_1 \vee x_2) \vee x_3)$ die Wahrheitstafel auf und ermittle daraus die DNF und eine KNF. Versuche dann DNF und KNF durch Umformungen des Terms zu erhalten - welche Rechenregeln verwendest du dabei?

[Lösungshinweis 1 - Wahrheitstabelle](#)

X1	X2	X3	$X1 \vee X2$	$\neg(X1 \vee X2)$	$\neg(X1 \vee X2) \vee X3$
1	1	1	1	0	1
1	1	0	1	0	0
1	0	1	1	0	1
1	0	0	1	0	0
0	1	1	1	0	1
0	1	0	1	0	0
0	0	1	0	1	1
0	0	0	0	1	1

Lösungshinweis 1 - DNF

DNF - Zeilen mit Ergebniswert "1"
 Atome mit "und"
 Verknüpfung der Atome mit "oder"
 Nullen in Variablen werden negiert

X1	X2	X3	$X1 \vee X2$	$\neg(X1 \vee X2)$	$\neg(X1 \vee X2) \vee X3$	
1	1	1	1	0	1	$(x1 \wedge x2 \wedge x3)$
1	1	0	1	0	0	
1	0	1	1	0	1	$(x1 \wedge \neg x2 \wedge x3)$
1	0	0	1	0	0	
0	1	1	1	0	1	$(\neg x1 \wedge x2 \wedge x3)$
0	1	0	1	0	0	
0	0	1	0	1	1	$(\neg x1 \wedge \neg x2 \wedge x3)$
0	0	0	0	1	1	$(\neg x1 \wedge \neg x2 \wedge \neg x3)$

$$(x1 \wedge x2 \wedge x3) \vee (x1 \wedge \neg x2 \wedge x3) \vee (\neg x1 \wedge x2 \wedge x3) \vee (\neg x1 \wedge \neg x2 \wedge x3) \vee (\neg x1 \wedge \neg x2 \wedge \neg x3)$$



(A2)

Gesucht ist eine boolesche Funktion mit drei Variablen E1, E2 und E3, deren Ausgang A genau dann den Wert TRUE annimmt, wenn die Dualzahl $[E3 E2 E1]_2$ eine Primzahl ist.

- Ermittle die DNF der Funktion.
- Vereinfache die DNF der Funktion so weit wie möglich.
- Erstelle die KNF der Funktion.
- Vereinfache die KNF der Funktion so weit wie möglich.
- Überprüfe ob die beiden vereinfachten Terme aus DNF und KNF zum gleichen Resultat führen.

Lösungsvorschlag für KNF/DNF

E3	E2	E1	Dezimal	Primzahl?	
0	0	0	0	0	$E3VE2VE1$
0	0	1	1	0	$E3VE2V\sim E1$
0	1	0	2	1	$\sim E3\wedge E2\wedge \sim E1$
0	1	1	3	1	$\sim E3\wedge E2\wedge E1$
1	0	0	4	0	$\sim E3VE2VE1$
1	0	1	5	1	$E3\wedge \sim E2\wedge E1$
1	1	0	6	0	$\sim E3V\sim E2VE1$
1	1	1	7	1	$E3\wedge E2\wedge E1$

$DNF (\sim E3\wedge E2\wedge \sim E1) \vee (\sim E3\wedge E2\wedge E1) \vee (E3\wedge \sim E2\wedge E1) \vee (E3\wedge E2\wedge E1)$

$KNF (E3VE2VE1) \wedge (E3VE2V\sim E1) \wedge (\sim E3VE2VE1) \wedge (\sim E3V\sim E2VE1)$

Diese Seite ist sehr stark an das Material auf

https://inf-schule.de/rechner/digitaltechnik/Schaltnetze/Fachkonzept_Normalform angelehnt, das unter einer CC-BY-SA Lizenz veröffentlicht ist.

From:
<https://info-bw.de/> -

Permanent link:
https://info-bw.de/faecher:informatik:oberstufe:techinf:formale_logik:normalformen:start?rev=1727344131

Last update: 26.09.2024 09:48

